جمهورية مصر العربية



وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفني

نموذج إجابة

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة

للعام الدراسى ٢٠١٦/٢٠١٧ - الدور الأول

المادة : الجبر والهندسة الفراغية (باللغة العربية)

نموذج



المسائل من ← إلى	الدرجة
١ ← ٥	٧
٦ ← ٨	٥
٩ ← ١١	٦
١٢ ← ١٥	٥
١٦ ← ١٩	٧
المجموع	٣٠

لكل مجموعة مقدر ومراجع

١-

الحل (ج) $^{٦}ق_{٢} + {}^{٦}ق_{٣}$ ١

٢-

الحل (ب) ٤ ١

٣-

الحل (ج) $ع_{٦}$ ١

٤-

الحل:

(½) ∵ $\text{ع}_{٣} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{٢} \times \text{س}^{٢} = ١٧ \leftarrow (١)$

، $\text{ع}_{٣} \times \text{ع}_{٤} = \frac{٥٤٤}{٣}$ بالقسمة على $\text{ع}_{٣}$

(½) $\frac{\text{ع}_{٤}}{\text{ع}_{٣}} \times \text{س} \times \text{ن} = \frac{٥٤٤}{١٧ \times ٣}$

(½) $\text{ن} \times \text{س} \times \frac{\text{ن} - ٣ + ١}{٣} \times \text{س} = \frac{٣٢}{٣}$

$\text{ن} \times \text{س}^{٢} (\text{ن} - ٢) = ٣٢ \leftarrow (٢)$

بقسمة (١) على (٢)

$\frac{\text{ن}(\text{ن} - ١) \times \text{س}^{٢}}{٢ \times \text{ن} \times \text{س}^{٢} (\text{ن} - ٢)} = \frac{١٧}{٣٢}$

(½) ∴ $\frac{\text{ن} - ١}{\text{ن} - ٢} = \frac{٣٤}{٣٢} = \frac{١٧}{١٦}$

$١٧\text{ن} - ٣٤ = ١٦\text{ن} - ١٦$

$\text{ن} = ١٨$

بالتعويض في (٢)

$١٨ \times \text{س}^{٢} \times ١٦ = ٣٢$

(½) $\text{س}^{٢} = \frac{١}{٩}$

(½) ∴ $\text{س} = \pm \frac{١}{٣}$

حل آخر

$^{ن}ق_{٢} (س)^{٢} = ١٧$

$٣ (^{ن}ق_{١} × س) (^{ن}ق_{٢} س^{٢}) = ٥٤٤$

$\frac{ن(ن-١)}{٢} س^{٢} = ١٧$

$ن(ن-١) س^{٢} = ٣٤ \leftarrow (١)$ ½

$٣ ن س × \frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} س^{٣} = ٥٤٤ \leftarrow (٢)$ ½

$\frac{ن^{٢}(ن-١)(ن-٢) س^{٤}}{ن^{٢}(ن-١)(ن-١) س^{٤}} = \frac{١٠٨٨}{١١٥٦}$ ½

$\frac{(ن-٢)}{(ن-١)} = \frac{١٦}{١٧}$

$١٧ن - ٣٤ = ١٦ن - ١٦$

$ن = -١٦ + ٣٤$ ½

$ن = ١٨$

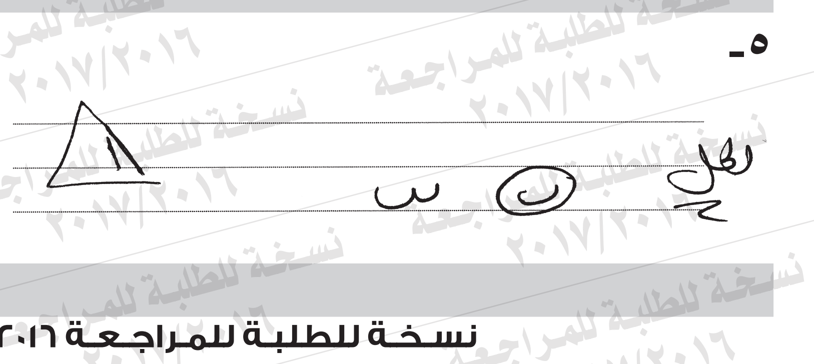
$١٨(١٨-١) س^{٢} = ٣٤$ ½

$١٨ × ١٧ س^{٢} = ٣٤$

$٩ س^{٢} = ١$

$س^{٢} = \frac{١}{٩}$ $س = ± \frac{١}{٣}$ ½

٥-



٦-

الحل (أ) ١ ١

٧-

الحل (ب) $\frac{\pi}{4}$ ١

٨-

الحل (أ) ل = $\sqrt{2}$ ، ظا θ = ١ ∴ θ = $\frac{\pi}{4}$

∴ ع = $\sqrt{2}$ [جتا $\frac{\pi}{4}$ + ت جا $\frac{\pi}{4}$]

$ع^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}$ [جتا $\frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi ر}{3}$ + ت جا $\frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi ر}{3}$]

حيث ر = ٠ ، ١ ، ٢

عندر = ٠ ∴ $ع_1 = 2^{\frac{1}{6}}$ [جتا $\frac{\pi}{12}$ + ت جا $\frac{\pi}{12}$] = $2^{\frac{1}{6}} هـ^{\frac{\pi}{12} ت}$

عندر = ١ ∴ $ع_2 = 2^{\frac{1}{6}}$ [جتا $\frac{3\pi}{4}$ + ت جا $\frac{3\pi}{4}$] = $2^{\frac{1}{6}} هـ^{\frac{3\pi}{4} ت}$

عندر = ٢ ∴ $ع_3 = 2^{\frac{1}{6}}$ [جتا $\frac{-7\pi}{12}$ + ت جا $\frac{-7\pi}{12}$] = $2^{\frac{1}{6}} هـ^{\frac{-7\pi}{12} ت}$

(ب) ل = $\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2}$ = ٢

ظا θ = $\frac{-\sqrt{3}}{1}$ = $-\sqrt{3}$

∴ θ = -60°

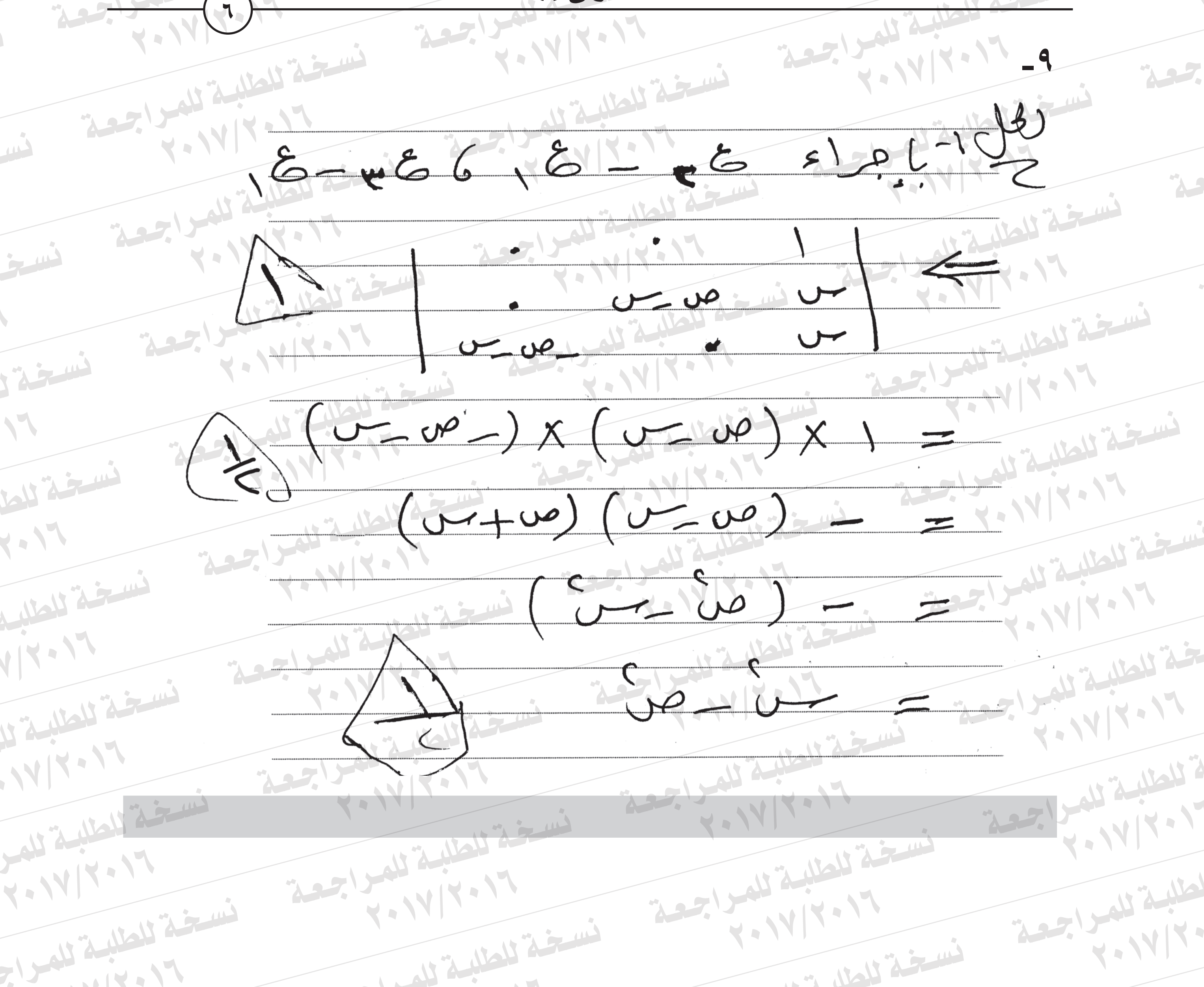
∴ ع = ٢ [جتا (-60°) + ت جا (-60°)]

∴ $ع^{\frac{3}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$ [جتا (-60°) + ت جا (-60°)]$^{\frac{3}{2}}$

= $2\sqrt{2}$ [جتا (-90°) + ت جا (-90°)]

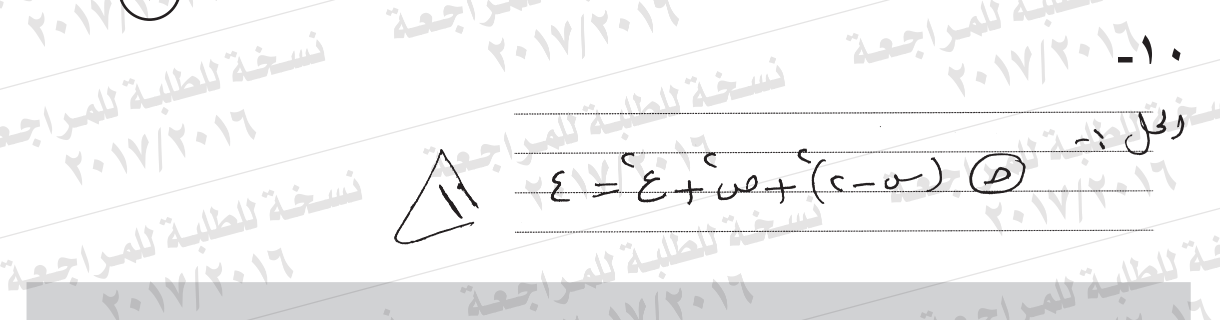
أو = $2\sqrt{2}$ [جتا 90° + ت جا 90°]

٩-





١٠-



١١-

الحل : نفرض أن

$$\text{م} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$|\text{م}| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \times -4 + 3 \times -5 - 1 \times -2 = -21$$ (½)

مصفوفة مرافقات العناصر

$$= \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$ (½)

$$= \begin{pmatrix} -4 & 5 & -2 \\ -6 & -3 & -3 \\ -7 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$ (½)

$$\therefore \text{م}^{\text{ل}} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$ (½)

$$\therefore \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \frac{-1}{21} \times \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix}$$ (½)

$$= \frac{-1}{21} \begin{pmatrix} -210 \\ -84 \\ 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$ (½)

$\therefore$ س = ١٠ ، ص = ٤ ، ع = -١

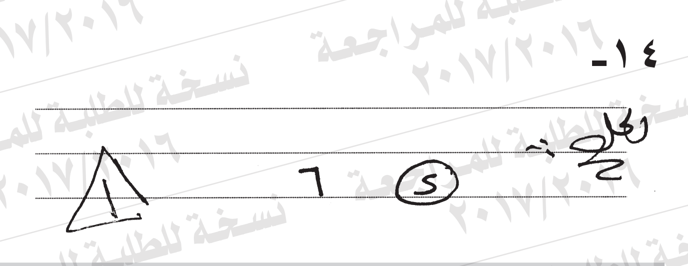
١٢-

الحل ج (٤، ٦، -١)

١٣-

الحل ح ٤ ٨٥°

١٤-



١٥-

الحل: (أ) ١) $\overrightarrow{أب} \cdot \overrightarrow{أد} = أب \times أجـ \times جتا(د أ جـ)$

$= ٦ \times ١٠ \times \frac{٦}{١٠} = ٣٦$

٢) مركبة $\overrightarrow{هـ د}$ في اتجاه $\overrightarrow{ب د}$

$= \frac{\overrightarrow{هـ د} \cdot \overrightarrow{ب د}}{\|\overrightarrow{ب د}\|} =$ صفر

لأنهما متعامدان

ب) ∵ $جتا^2 \theta_1 + جتا^2 \theta_2 + جتا^2 \theta_3 = ١$

∵ الزوايا متساوية $= \theta$

∴ $٣ جتا^2 \theta = ١$

∴ $جتا^2 \theta = \frac{١}{٣}$

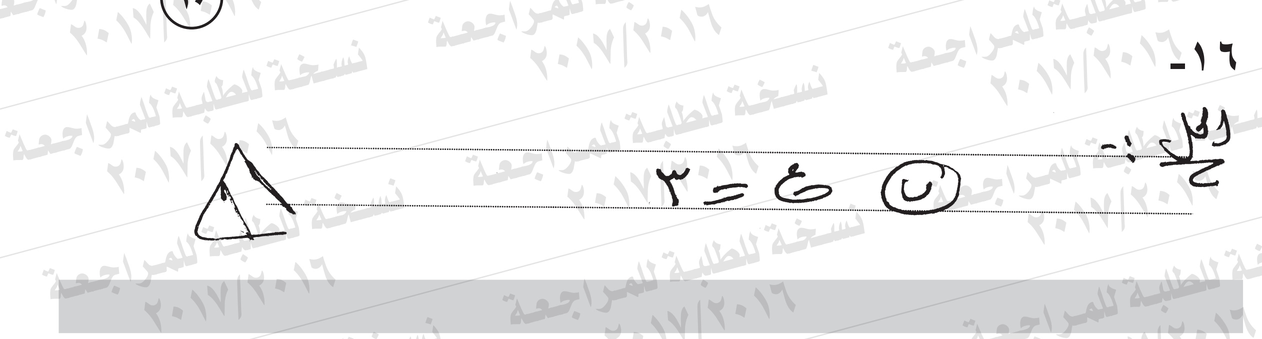
∴ $جتا \theta = \pm \frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ $\vec{م} = \|\vec{م}\| [جتا \theta \, \vec{س} + جتا \theta \, \vec{ص} + جتا \theta \, \vec{ع}]$

$= ١٢\sqrt{٣} [\pm \frac{١}{\sqrt{٣}} \vec{س} + \pm \frac{١}{\sqrt{٣}} \vec{ص} + \pm \frac{١}{\sqrt{٣}} \vec{ع}]$

$= \pm [١٢ \vec{س} + ١٢ \vec{ص} + ١٢ \vec{ع}]$

١٦-



الحل:

(ب) ع = ٣

١٧-

الحل:

(ج) $\left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$

١٨-

الحل:

∵ المستوى يحتوي المستقيم ل١

∴ النقطة أ (٠، ٣، -٥) ∈ المستوى

∵ المستوى // المستقيم ل٢ لذلك متجه الاتجاه له هو (١، -٣، ٣)

∴ المتجه (١، -٣، ٣) ⊥ المستوى المطلوب معادلته

∴ معادلة المستوى المطلوب هي:

(١، -٣، ٣) . ر = (١، -٣، ٣) . (٠، ٣، -٥)

⇐ س - ٣ص + ٣ع + ٢٤ = ٠

١٩-

الحل: المعادلة هي $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٦} + \frac{ع}{٣} = ١$

∴ النقط هي أ (٤، ٠، ٠)، ب (٠، ٦، ٠)، جـ (٠، ٠، ٣) ½

$\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$ = (٠، ٦، ٠) - (٤، ٠، ٠) = (-٤، ٦، ٠) ½

$\overrightarrow{أجـ} = \overrightarrow{جـ} - \overrightarrow{أ}$ = (٠، ٠، ٣) - (٤، ٠، ٠) = (-٤، ٠، ٣) ½

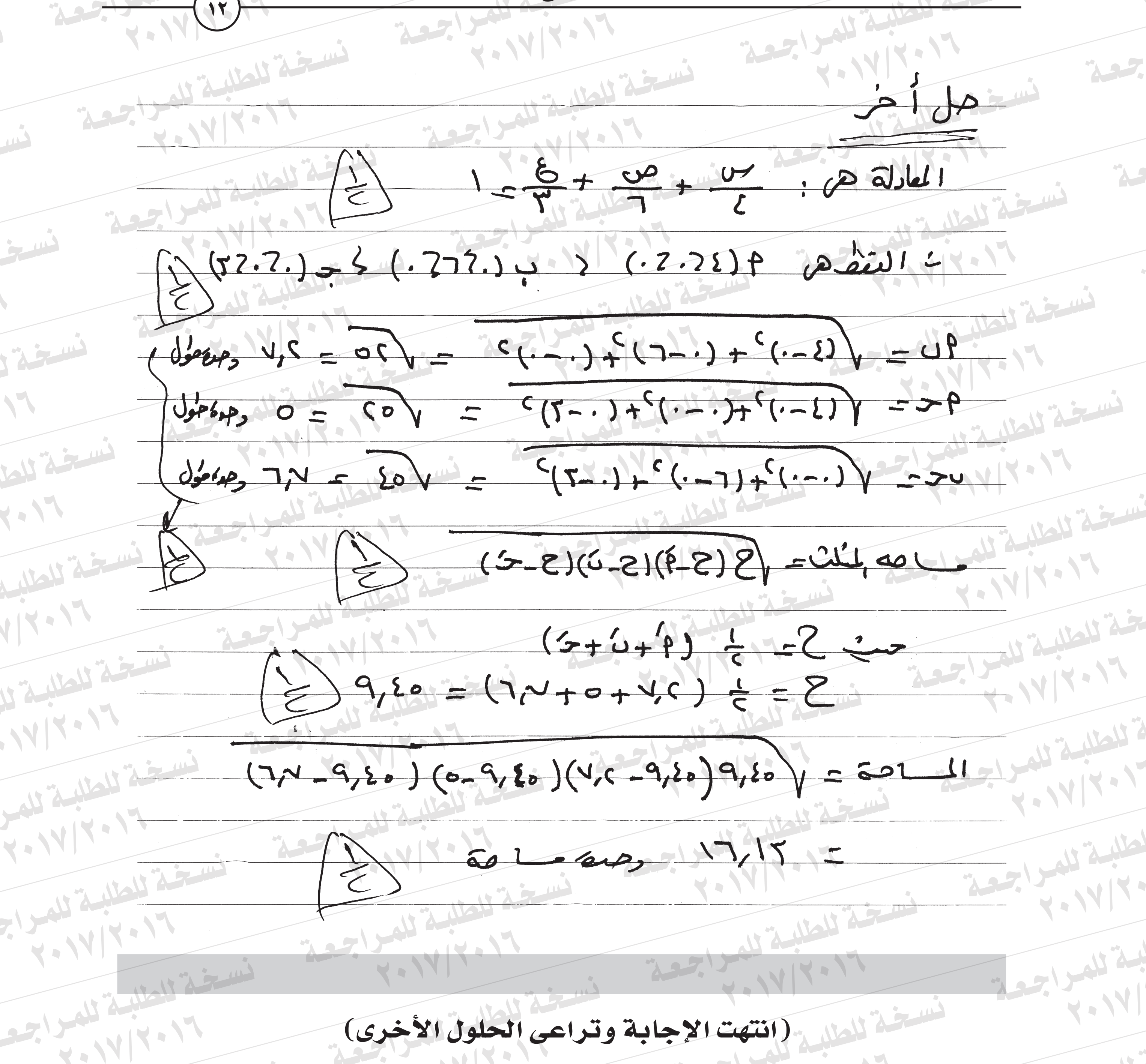
$$\therefore \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أجـ} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ -٤ & ٦ & ٠ \\ -٤ & ٠ & ٣ \end{vmatrix}$$

$= ١٨ \overrightarrow{س} + ١٢ \overrightarrow{ص} + ٢٤ \overrightarrow{ع}$ ½

∴ مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \| \overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{أجـ} \|$ ½

$= \frac{١}{٢} \sqrt{١٨^٢ + ١٢^٢ + ٢٤^٢}$ ½

$= \sqrt{٢٦١} = ٣\sqrt{٢٩}$ وحدة مربعة



حل آخر

المعادلة هي : س/٤ + ص/٦ + ع/٣ = ١ (١/٢)

∴ النقط هي أ(٤،٠،٠) ، ب(٠،٦،٠) ، جـ(٠،٠،٣) (١/٢)

أب = √((٤ - ٠)² + (٠ - ٦)² + (٠ - ٠)²) = √٥٢ = ٧,٢ وحدة طول

أجـ = √((٤ - ٠)² + (٠ - ٠)² + (٠ - ٣)²) = √٢٥ = ٥ وحدة طول

ب جـ = √((٠ - ٠)² + (٦ - ٠)² + (٠ - ٣)²) = √٤٥ = ٦,٧ وحدة طول (١/٢)

مساحة المثلث = √(ح(ح - أ)(ح - ب)(ح - جـ)) (١/٢)

حيث ح = ١/٢ (أ + ب + جـ)

ح = ١/٢ (٧,٢ + ٥ + ٦,٧) = ٩,٤٥ (١/٢)

المساحة = √(٩,٤٥ (٩,٤٥ - ٧,٢)(٩,٤٥ - ٥)(٩,٤٥ - ٦,٧))

= ١٦,١٢ وحدة مساحة (١/٢)

(انتهت الإجابة وتراعى الحلول الأخرى)